

ГОРЕНИЕ, ВЗРЫВ
И УДАРНЫЕ ВОЛНЫ

УДК 535.71

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕДАЧИ ИМПУЛЬСА
ОТ УДАРНОЙ ВОЛНЫ К ПУЗЫРЬКОВОЙ СРЕДЕ

© 2015 г. К. А. Авдеев^{1,2}, В. С. Аксёнов^{1,2,3}, А. А. Борисов^{1,2},
Р. Р. Тухватуллина², С. М. Фролов^{1,2,3*}, Ф. С. Фролов^{1,2}

¹Институт химической физики им. Н.Н. Семенова Российской академии наук, Москва

²Центр импульсно-детонационного горения, Москва

³Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва

*E-mail: smfrol@chph.ras.ru

Поступила в редакцию 15.08.2014

На основе системы уравнений двухфазного сжимаемого вязкого течения проведено двумерное численное моделирование передачи импульса от ударной волны, распространяющейся в газе, к сплошной воде и к воде с пузырьками воздуха. При воздействии ударной волны на сплошную воду несжимаемая жидкость вовлекается в движение после отражения ударной волны от поверхности раздела газ–жидкость под действием избыточного давления газа, а при воздействии ударной волны на воду с пузырьками воздуха жидкость вовлекается в движение за счет проникания ударной волны в сжимаемую пузырьковую среду. Параметрические расчеты показали, что при передаче импульса от ударной волны к пузырьковой жидкости возможны динамические эффекты, при которых импульс, переданный такой жидкости, в течение некоторого времени значительно превышает импульс, переданный сплошной жидкости, при прочих равных условиях. Указанные динамические эффекты можно использовать для создания энергоэффективных импульсных гидрореактивных движителей.

Ключевые слова: пузырьковая жидкость, ударная волна, передача импульса, численное моделирование.

DOI: 10.7868/S0207401X15050027

1. ВВЕДЕНИЕ

В современных силовых установках водного транспорта наиболее распространены лопастные движители с гребным винтом, которые обладают высоким коэффициентом полезного действия (КПД), достигающим 70% [1]. Однако с увеличением скорости движения судна тяговые характеристики таких движителей и их КПД уменьшаются, а при скорости выше ~50–60 узлов проявляется кавитация, которая ограничивает предельное значение силы, действующей на забортную воду со стороны гребного винта.

Для высокоскоростных приложений в качестве альтернативы гребным винтам рассматривают гидрореактивные водометные движители [2]. В гидрореактивных движителях (ГРД) тяга создается в результате передачи энергии от теплоносителя к рабочему телу – воде в специальном проточном канале (водоводе), а теплоносителем могут служить расширяющиеся продукты сгорания топливно-воздушной смеси (ТВС), водяной пар высокого давления или продукты горения топлива, реагирующего с водой. Основное преимущество ГРД – прямое преобразование химической

энергии топлива в кинетическую энергию реактивной струи, вытесняемой из водовода.

По принципу действия различают прямоточные и пульсирующие ГРД: в водоводе прямоточного движителя рабочий процесс непрерывный, а в водоводе пульсирующего движителя он периодически прерывается для подготовки воды к ускоренному вытеснению. В прямоточных ГРД, как и в прямоточных воздушно-реактивных двигателях, подвод энергии к рабочему телу происходит при постоянном давлении $P = \text{const}$ (термодинамический цикл Брайтона), тогда как в пульсирующих ГРД, оборудованных клапанами, подготовка воды может происходить в условиях постоянного объема $V = \text{const}$ (термодинамический цикл Хампри), когда давление воды в водоводе повышается, например благодаря сжиганию ТВС в присоединенной камере сгорания.

Поскольку термодинамический КПД цикла Хампри выше, чем КПД цикла Брайтона, пульсирующие ГРД должны быть, вообще говоря, более эффективными, чем прямоточные. В пульсирующем ГРД, работающем на химическом топливе, можно использовать либо дефлаграционный

(медленный), либо детонационный (быстрый) режимы горения. Известно, что термодинамический цикл с детонационным горением (цикл Зельдовича) обеспечивает более высокий термодинамический КПД преобразования химической энергии топлива в механическую работу по сравнению с дефлаграционным горением при постоянном объеме [3, 4]. Следовательно, пульсирующие ГРД с детонационным горением химического топлива могут быть весьма перспективны для водного транспорта.

Чтобы в полной мере использовать термодинамические преимущества цикла Зельдовича в пульсирующем ГРД, необходимо учесть следующие обстоятельства. Ввиду большой инерции водяного заряда в водоводе детонационная волна, выходящая из присоединенной камеры сгорания на поверхность раздела “газ–вода”, претерпит множество отражений, прежде чем вода начнет ускоренно вытесняться из водовода, т.е. вся кинетическая энергия продуктов детонации превратится в их тепловую энергию. Последнее приведет к тому, что в присоединенной камере сгорания фактически произойдет горение при постоянном объеме ($V = \text{const}$). Кроме того, при отражении детонационной волны от поверхности воды в жидкость проникает лишь слабая акустическая волна, практически не вовлекающая воду в движение, что связано с очень низкой сжимаемостью воды. В этом случае ускорение воды в водоводе начинается лишь после многократных отражений детонационной волны от поверхности раздела “газ–вода” под действием избыточного давления продуктов горения. Вместе с тем из литературы известно, что сжимаемость жидкости сильно зависит от ее газосодержания: вода с пузырьками газа или пара обладает значительно более высоким коэффициентом объемного сжатия, чем сплошная вода и газ/пар, содержащийся в пузырьках [5]. Например, низкочастотная скорость звука в воде с пузырьками воздуха может составить 40–50 м/с, а в воде с пузырьками водяного пара – 5–10 м/с, что существенно меньше скорости звука в воде (~1500 м/с) и в воздухе (~340 м/с). Замена воды на пузырьковую жидкость позволила бы использовать преимущество детонационного горения, отмеченное выше, т.е. проникание волны давления конечной амплитуды (ударной волны) в пузырьковую среду привело бы к одновременному вовлечению (без многократных отражений) пузырьковой среды в движение и обеспечило бы водометному движителю повышенный импульс гидрореактивной тяги в течение некоторого интервала времени. Эта идея легла в основу патента на изобретение [6]. Кроме того, даже при взаимодействии газовой детонационной волны со сплошной жидкостью в последней неизбежно должны появиться пузырьки газа. Следователь-

но, в пульсирующем ГРД пузырьковая жидкость будет присутствовать так или иначе.

Цель данной работы – разработка расчетной модели волновых процессов в стратифицированных двухфазных системах, содержащих сплошную и пузырьковую жидкости, а также численное моделирование передачи импульса от ударной волны, распространяющейся в газе, к сплошной воде и к воде с пузырьками воздуха.

2. УРАВНЕНИЯ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ

Рассмотрим пузырьковую жидкость, которая состоит из двух фаз – дисперсной газовой фазы (индекс “1”) с объемной долей α_1 и несущей жидкой фазы (индекс “2”) с объемной долей α_2 . Примем следующие упрощающие предположения:

- 1) при ударном сжатии пузырьковой жидкости в бегущей ударной волне газ в жидкости не растворяется, а жидкость внутрь пузырьков не испаряется;
- 2) ударная волна имеет относительно низкую интенсивность, так что плотность жидкой фазы зависит только от температуры жидкости T_2 ;
- 3) течение пузырьковой жидкости, вызванное ударной волной, ламинарное;
- 4) влияние силы тяжести, а также подъемной силы и силы трения на ограничивающих поверхностях на относительное движение фаз в пузырьковой жидкости пренебрежимо мало.

Математическая модель взаимодействия ударной волны с пузырьковой жидкостью основана на дифференциальных уравнениях двухфазного течения, выведенных в рамках концепции взаимнопроникающих континуумов [7], – уравнениях сохранения массы, количества движения и энергии фаз:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \alpha_1 \rho_1}{\partial t} + \nabla \alpha_1 \rho_1 \mathbf{v}_1 &= 0, \\
 \frac{\partial \alpha_2 \rho_2}{\partial t} + \nabla \alpha_2 \rho_2 \mathbf{v}_2 &= 0, \\
 \frac{\partial \alpha_1 \rho_1 \mathbf{v}_1}{\partial t} + \nabla \alpha_1 \rho_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1 &= -\alpha_1 \nabla p_1 + \nabla \alpha_1 \boldsymbol{\tau}_1 + \mathbf{M}_{12}, \\
 \frac{\partial \alpha_2 \rho_2 \mathbf{v}_2}{\partial t} + \nabla \alpha_2 \rho_2 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2 &= -\alpha_2 \nabla p_2 + \nabla \alpha_2 \boldsymbol{\tau}_2 + \mathbf{M}_{21}, \\
 \frac{\partial \alpha_1 \rho_1 h_1}{\partial t} + \nabla \alpha_1 \rho_1 \mathbf{v}_1 h_1 &= \nabla \alpha_1 \mathbf{q}_1 + \\
 &+ \nabla \alpha_1 \boldsymbol{\tau}_1 \mathbf{v}_1 + \alpha_1 \frac{\partial p_1}{\partial t} + H_{12}, \\
 \frac{\partial \alpha_2 \rho_2 h_2}{\partial t} + \nabla \alpha_2 \rho_2 \mathbf{v}_2 h_2 &= \\
 = \nabla \alpha_2 \mathbf{q}_2 + \nabla \alpha_2 \boldsymbol{\tau}_2 \mathbf{v}_2 + \alpha_2 \frac{\partial p_2}{\partial t} + H_{21},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где t – время, ∇ – дифференциальный оператор по координатам радиус-вектора \mathbf{r} , ρ_1 и ρ_2 – плотности фаз, \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 – скорости фаз, p_1 и p_2 – давления фаз, $\boldsymbol{\tau}_1$ и $\boldsymbol{\tau}_2$ – тензоры вязких касательных напряжений в фазах 1 и 2, \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 – тепловые потоки в фазах 1 и 2, члены $\mathbf{M}_{12} = -\mathbf{M}_{21}$ и $H_{12} = -H_{21}$ описывают соответственно межфазный обмен количеством движения и энергией; h_1 и h_2 – энтальпии торможения фаз, определяемые соотношениями

$$\begin{aligned} h_1 &= h_{1,0} + \int_{T_{1,0}}^{T_1} c_{p,1} dT + \frac{1}{2} \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1, \\ h_2 &= h_{2,0} + \int_{T_{2,0}}^{T_2} c_{p,2} dT + \frac{1}{2} \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2; \end{aligned} \quad (2)$$

здесь $c_{p,1}$ и $c_{p,2}$ – теплоемкости фаз при постоянном давлении, T_1 и T_2 – температуры фаз, а дополнительный индекс “0” относится к начальным значениям переменных.

Систему уравнений (1) следует дополнить соотношениями для потоков $\boldsymbol{\tau}_1$, $\boldsymbol{\tau}_2$, \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 , \mathbf{M}_{12} и H_{12} :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_1 &= \mu_1 \left[(\nabla \mathbf{v}_1 + \nabla \mathbf{v}_1^T) - \frac{2}{3} \nabla \mathbf{v}_1 \right], \\ \boldsymbol{\tau}_2 &= \mu_2 \left[(\nabla \mathbf{v}_2 + \nabla \mathbf{v}_2^T) - \frac{2}{3} \nabla \mathbf{v}_2 \right], \\ \mathbf{q}_1 &= \frac{\alpha_1}{c_{p,1}} \nabla h_1, \\ \mathbf{q}_2 &= \frac{\alpha_2}{c_{p,2}} \nabla h_2, \\ \mathbf{M}_{12} &= C_D \frac{A \rho_2 |\mathbf{v}_{12}| \mathbf{v}_{12}}{8}, \\ H_{12} &= \text{Nu} \frac{\alpha_2 A (T_1 - T_2)}{d_1}, \end{aligned}$$

где μ_1 и μ_2 – коэффициенты динамической вязкости фаз 1 и 2; α_1 и α_2 – коэффициенты теплопроводности фаз 1 и 2; $\mathbf{v}_{12} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$ – относительная скорость фаз, d_1 – диаметр пузырьков; $A = 6\alpha_1/d_1$ – суммарная площадь межфазной границы в единице объема пузырьковой жидкости; C_D и Nu – коэффициент гидродинамического сопротивления и число Нуссельта, которые в общем случае зависят от числа Рейнольдса относительного движения фаз $\text{Re}_{12} = \rho_2 v_{12} d_1 / \mu_2$ и числа Прандтля жидкости $\text{Pr}_2 = c_{p,2} \mu_2 / \alpha_2$ [7]:

$$\begin{aligned} C_D &= \min \left[\frac{24}{\text{Re}_{12}} (1 + 0.15 \text{Re}_{12}^{0.687}), \frac{72}{\text{Re}_{12}} \right], \\ \text{Nu} &= 2 + 0.6 \text{Re}_{12}^{0.5} \text{Pr}_2^{0.33}. \end{aligned}$$

В системе из восьми уравнений (1) и (2) и в соотношениях для потоков имеется 12 зависимых переменных: α_1 , α_2 , ρ_1 , ρ_2 , \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 , p_1 , p_2 , h_1 , h_2 , T_1 и T_2 . Для замыкания задачи используем четыре дополнительных соотношения:

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \rho_2(T_2), \quad \alpha_2 = 1 - \alpha_1, \\ p_1 &= \rho_1 R T_1, \quad p_2 = p_1. \end{aligned} \quad (3)$$

Система уравнений (1)–(3) дополняется начальными и граничными условиями для перечисленных выше переменных и их производных. К последнему соотношению в (3), которое приравнивает давления фаз, следует относиться с известной долей осторожности. Дело в том, что при одинаковом давлении фаз рассматриваемая система уравнений может терять свойство гиперболичности. Например, проведенный в [8] анализ системы (1) для изотермического течения пузырьковой жидкости при нулевых потоках $\boldsymbol{\tau}_1$, $\boldsymbol{\tau}_2$, \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 , \mathbf{M}_{12} и H_{12} и одинаковых давлениях фаз показывает, что матрица коэффициентов системы имеет комплексные собственные значения, т.е. смешанная эволюционно-краевая задача, основанная на системе (1) с нулевыми потоками, некорректна: малые случайные возмущения ее решения будут экспоненциально нарастать во времени, причем скорость нарастания возмущений будет тем выше, чем меньше длина волны возмущения. Учет межфазных взаимодействий в системе (1) подавляет неустойчивость решения, однако при наложении возмущений большей амплитуды решение теряет устойчивость. Для регуляризации такой задачи предложено вводить в систему (1) разные (физически обоснованные) давления фаз, например учитывающие силу поверхностного натяжения на искривленной поверхности раздела фаз. Описание аналогичных исследований и соответствующие рекомендации по регуляризации задач с многофазными течениями даны в работах [9–11].

Нами проведен априорный анализ устойчивости системы (1) с ненулевыми потоками, который показал, что учет, например, потоков импульса ($\boldsymbol{\tau}_1$, $\boldsymbol{\tau}_2$) внутри фаз делает эволюционную задачу корректной (см. Приложение). Для численного решения системы (1) использовали метод, основанный на конечно-объемной дискретизации дифференциальных уравнений с первым порядком аппроксимации по пространству и по времени [12]. Чтобы избежать чрезмерного сгущения сетки к твердым поверхностям с прилипанием потока, использовали стандартный метод пристеночных функций.

3. ПРОВЕРОЧНЫЕ РАСЧЕТЫ

Для проверки предсказательной способности математической модели (1)–(3) использованы результаты экспериментов, проведенных в рабо-

тах [13–16]. В этих работах на вертикальных ударных трубах изучались характеристики ударных волн, перепускаемых из газа в воду с пузырьками воздуха (рис. 1). Ударные трубы с характерным поперечным размером h содержали камеру высокого давления (КВД) длиной $L_{\text{КВД}}$ и камеру низкого давления (КНД) длиной $L_{\text{КНД}} + L_{\text{тр}}$, разделенные диафрагмой (разрывной мембраной, табл. 1). В нижней части КНД размещался столб воды высотой $L_{\text{тр}}$ с пузырьками воздуха. После разрыва мембраны в верхней части КНД, заполненной воздухом, формировалась ударная волна с известными характеристиками, которая затем проникала в пузырьковую жидкость. Скорость распространения и другие характеристики ударной волны в пузырьковой жидкости измерялись с помощью датчиков давления (ДД), установленных в измерительной секции (ИС), и скоростной фотосъемки через оптические окна в ИС.

Расчеты, представленные ниже, проводились на разных расчетных сетках до получения результатов, не зависящих от расчетной сетки. Дальнейшее измельчение расчетной сетки и уменьшение шага интегрирования по времени никак не влияли на расчетную скорость распространения ударной волны в пузырьковой жидкости.

3.1. Эксперименты из работы [13]

В экспериментах, проведенных авторами работы [13], КВД и КНД заполнялись воздухом при нормальной температуре и под давлением 4 и 1 атм соответственно. Столб воды высотой 1850 мм насыщался пузырьками воздуха со средним начальным (дополнительный индекс “0”) диаметром $d_{10} = 2$ мм и начальной объемной долей газовой фазы α_{10} от 0.01 до 0.2. Скорость ударной волны в пузырьковой жидкости, D , определяли по записям датчиков ДД1 и ДД2 (рис. 2а) как частное от деления расстояния между датчиками на интервал времени между приходом волны на датчики ДД1 и ДД2. На рис. 2б приведено сравнение расчетов (кривая) с экспериментальными данными [13] (точки) в виде зависимости скорости ударной волны на измерительной базе ДД1–ДД2 от α_{10} . Расчеты проводились в двумерном приближении с сохранением основных геометрических размеров ударной трубы [13]. Среднюю расчетную скорость ударной волны определяли так же, как и в эксперименте – по расстоянию между контрольными сечениями ДД1–ДД2 и по времени прохождения фронта волны через эти сечения. Из рис. 2б видно, что расчеты хорошо согласуются с экспериментами при $\alpha_{10} > 2\text{--}3\%$, тогда как при меньших значениях α_{10} наблюдается большое расхождение результатов. Последнее, по-видимому, связано с нарушением допущения о “сплошности” дисперсного компонента пузырьковой среды при малых α_{10} : в таких условиях ко-

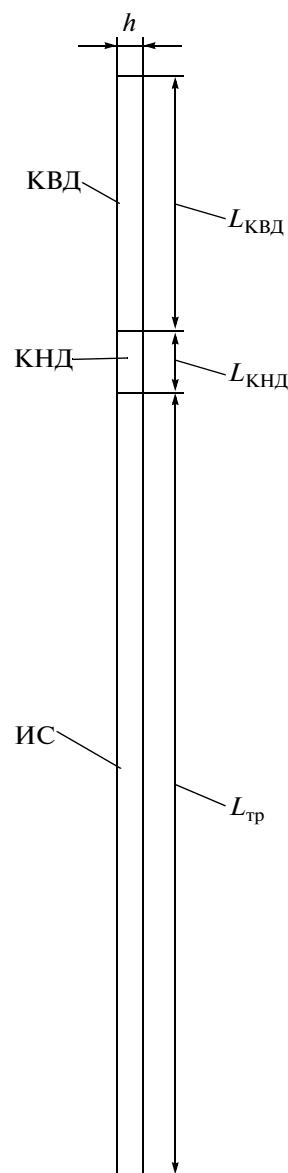


Рис. 1. Схема ударных труб, использованных в работах [13–16] для изучения распространения ударных волн в пузырьковых жидкостях.

личество пузырьков в воде относительно мало и они удалены друг от друга на относительно большие расстояния, так что ударная волна фактически взаимодействует с одиночными пузырьками. Из рис. 2б также видно, что скорость ударной волны в воде с пузырьками воздуха составляет 50–150 м/с, что существенно меньше, чем значения скоростей звука в воде (~1500 м/с) и в воздухе (340 м/с).

3.2. Эксперименты из работы [14]

В экспериментах, проведенных автором работы [14], высокое давление в КВД (24 и 36 атм) получали за счет сжигания ацетилено-кислородной

Таблица 1. Геометрические размеры ударных труб в работах [13–16]

Экспериментальная работа	h , мм	$L_{\text{КВД}}$, мм	$L_{\text{КНД}}$, мм	L , мм
[13]	20	1400	160	1850
[14]	40	1150	290	3550
[15]	60	800	200	2000
[16]	30	1500	200	1200

смеси, КНД заполняли воздухом при атмосферном давлении, а в измерительной секции размещали столб воды высотой 3550 мм с пузырьками воздуха со средним диаметром $d_{10} = 2.5$ мм и начальной объемной долей газовой фазы α_{10} от 0.005 до 0.06. Температура воздуха и воды – комнатная. Скорость ударной волны в пузырьковой жидкости определяли по записям датчиков ДД1, ДД2 и ДД3 (рис. 3а) как частное от деления расстояния между датчиками на интервал времени между приходом волны на датчики ДД1 и ДД2. На рис. 3б приведено сравнение расчетов (кривая) с экспериментальными данными из [14] (точки) в виде зависимости скорости ударной волны на измерительных базах ДД1–ДД2 и ДД2–ДД3 от α_{10} при двух давлениях газа в КВД (24 и 36 атм). Расчеты проводились в двумерном приближении с сохранением основных геометрических размеров ударной трубы [14]. Среднюю расчетную ско-

рость ударной волны определяли так же, как и в эксперименте – по расстоянию между контрольными сечениями ДД1–ДД2 и ДД2–ДД3 и по времени прохождения фронта волны через эти сечения. Отметим, что при заданных значениях α_{10} и давления в КВД расчетные значения скорости ударной волны на измерительных базах ДД1–ДД2 и ДД2–ДД3 практически не отличались друг от друга. Из рис. 3б видно, что результаты расчетов хорошо согласуются с полученными из экспериментов даже при $\alpha_{10} = 0.005$. Следует подчеркнуть, что в опытах из [14] ударные волны в воде с пузырьками воздуха были существенно более сильными, чем в опытах работы [13]. Так, при одинаковой начальной объемной доле газовой фазы $\alpha_{10} = 0.02$ и близком среднем размере воздушных пузырьков скорость ударной волны составила 150 м/с в [13], 300 и 400 м/с в [14], а при $\alpha_{10} = 0.05$ она составила 100 м/с в [13], 200 и 250 м/с в [14].

3.3. Эксперименты из работы [15]

В экспериментах, проведенных авторами работы [15], давление воздуха в КВД изменяли от 1.2 до 4 атм, КНД заполняли воздухом при атмосферном давлении, а в измерительной секции размещали столб водно-глицеринового раствора (коэффициент кинематической вязкости – $2 \cdot 10^{-6}$ м²/с) высотой 2000 мм с пузырьками воздуха со средним диаметром $d_{01} = 2$ мм и начальной объемной

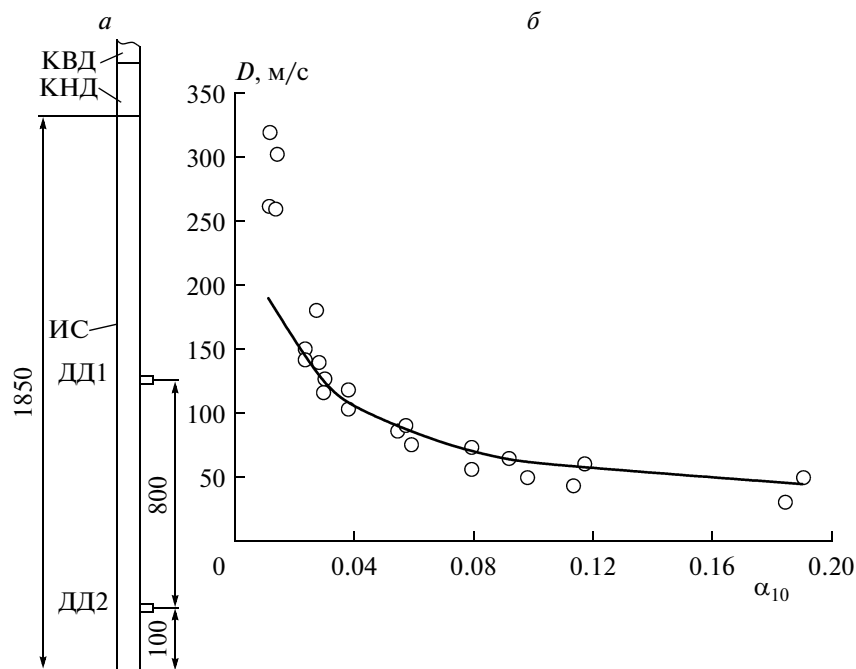


Рис. 2. Сравнение результатов расчетов и экспериментов из [13]: а – схема экспериментальной установки (размеры указаны в мм); б – результаты сравнения расчетных (кривая) и измеренных (точки) скоростей ударной волны на измерительной базе ДД1–ДД2 в зависимости от объемной доли воздушных пузырьков в воде.

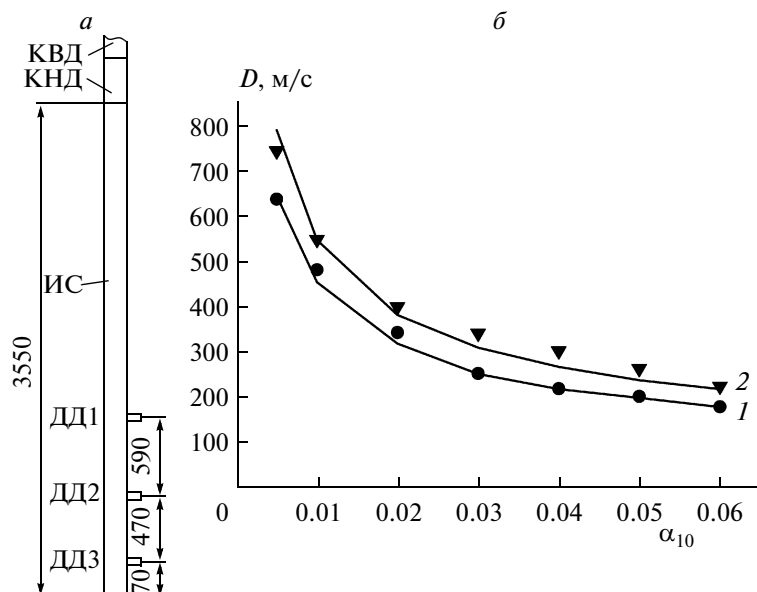


Рис. 3. Сравнение результатов расчетов и экспериментов из [14]: *a* – схема экспериментальной установки (размеры указаны в мм); *б* – результаты сравнения расчетных (кривая) и измеренных (точки) скоростей ударной волны на измерительных базах ДД1–ДД2 и ДД2–ДД3 в зависимости от объемной доли воздушных пузырьков в воде при разных давлениях в КВД; ●, 1 – $p_{\text{КВД}} = 24$ атм; ▼, 2 – 36 атм.

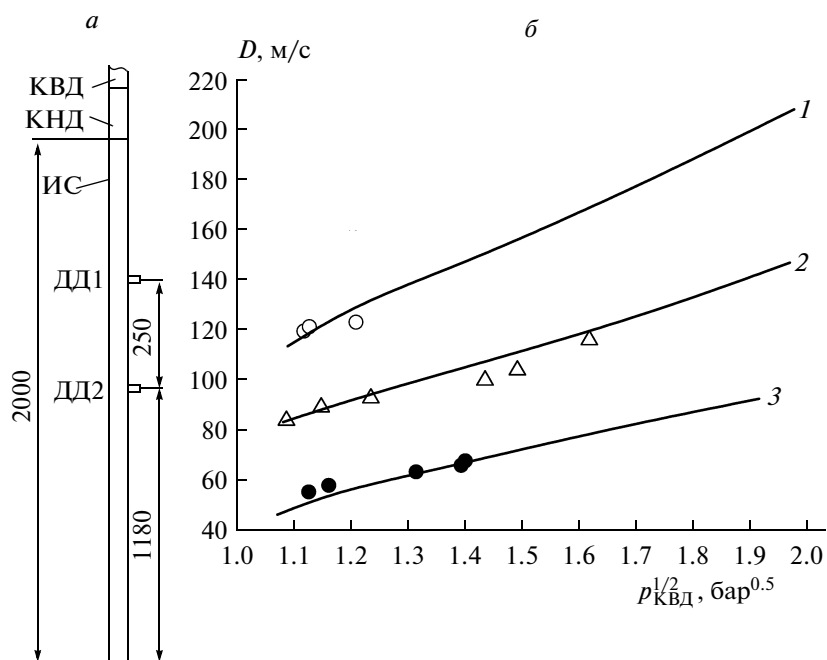


Рис. 4. Сравнение результатов расчетов и экспериментов из [15]: *a* – схема экспериментальной установки (размеры указаны в мм); *б* – результаты сравнения расчетных (кривая) и измеренных (точки) скоростей ударной волны на измерительной базе ДД1–ДД2 в зависимости от давления в КВД $p_{\text{КВД}}$ при разной начальной объемной доле воздуха α_{10} в водно-глицериновом растворе: ○, 1 – 0.01; △, 2 – 0.02; ●, 3 – 0.05.

долей газовой фазы $\alpha_{10} = 0.01, 0.02$ и 0.05 . Температура воздуха и раствора – комнатная. Скорость ударной волны в пузырьковой жидкости определяли по записям датчиков ДД1 и ДД2 (рис. 4а) как

частное от деления расстояния между датчиками на интервал времени между приходом волны на датчики ДД1 и ДД2. На рис. 4б показано сравнение результатов расчетов с экспериментальными

Таблица 2. Основные параметры двух опытов из работы [16]

Номер опыта	d_{10} , мм	α_{10}	$P_{\text{КВД}}$, атм	$P_{\text{КНД}}$, атм
1	3.8	0.027	2.27	2.02
2	5.0	0.0077	1	1

данными в виде зависимостей скорости ударной волны на измерительной базе ДД1–ДД2 от давления в КВД $p_{\text{КВД}}$. Из рис. 4б видно, что результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментами как при $\alpha_{10} = 0.01$, так и при $\alpha_{10} = 0.02$ и 0.05 .

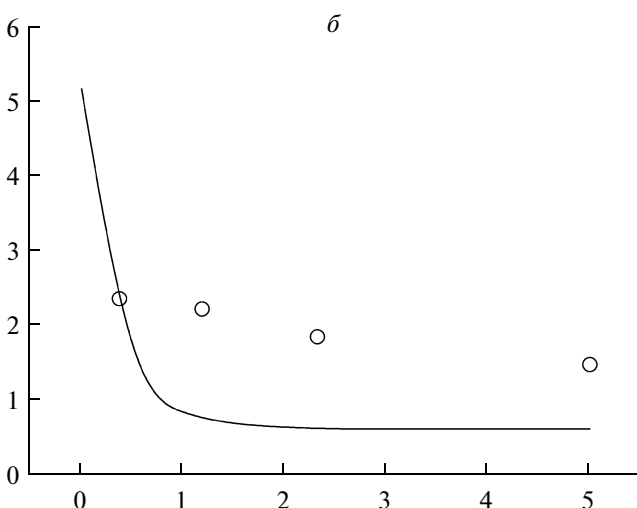
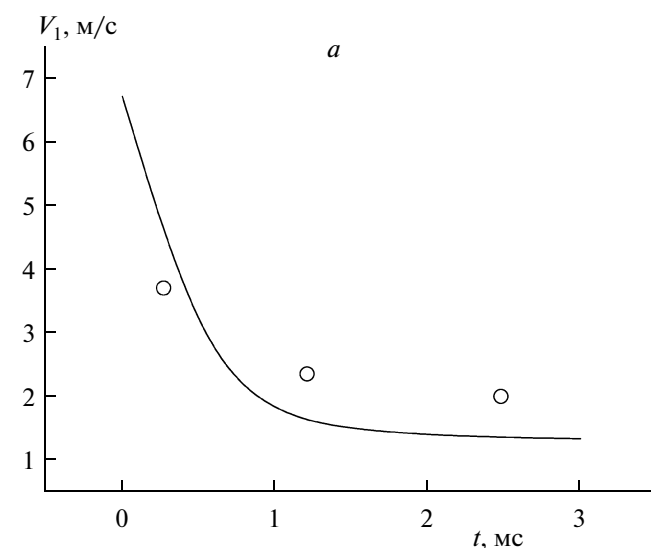


Рис. 5. Сравнение результатов расчетов (кривые) с экспериментами (точки) из [16] по динамике изменения скорости пузырька газа, вовлекаемого в движение ударной волной: а – опыт 1, б – опыт 2.

3.4. Эксперименты из работы [16]

В работе [16] проведены два эксперимента по оптической регистрации скорости движения пузырьков газа за ударной волной, распространяющейся в вертикальном столбе воды с пузырьками воздуха в ИС ударной трубы. Начальные значения давления и температуры воздуха и воды соответствовали нормальным атмосферным условиям. Основные параметры экспериментов из [16] представлены в табл. 2.

На рис. 5а и б приведено сравнение результатов расчетов (кривые) с измерениями в виде зависимостей скорости пузырьков от времени для двух опытов из работы [16]. Получено удовлетворительное согласие результатов. Отметим, что в [16] с помощью скоростной съемки регистрировалась скорость одного пузырька, вовлекаемого в движение ударной волной, тогда как в расчетах отслеживалась скорость всей дисперсной составляющей пузырьковой среды без учета деформации пузырьков. Кроме того, в расчете не учитывалась деформация газовых пузырьков при их движении.

4. ПЕРЕДАЧА ИМПУЛЬСА ОТ УДАРНОЙ ВОЛНЫ К ПУЗЫРЬКОВОЙ СРЕДЕ

Проверочные расчеты, описанные выше, дают основание считать, что математическая модель двухфазного течения, основанная на системе (1), в целом правильно описывает динамику взаимодействия ударной волны с пузырьковой средой. Это позволяет поставить и решить важную задачу о передаче импульса от ударной волны к пузырьковой среде.

Рассмотрим схему модельного устройства на рис. 6. Устройство состоит из водовода (широкого прямого канала постоянного сечения длиной 850 мм и шириной 100 мм с двумя открытыми концами) и вложенного в водовод генератора ударной волны (газового канала шириной 50 мм с КВД и КНД, разделенными диафрагмой), причем один конец канала открыт и сообщается с водоводом. Предположим, что все устройство погружено в сплошную неподвижную воду, КВД заполнена продуктами горения при высоких значениях давления и температуры газов, КНД заполнена воздухом при нормальных условиях, а примыкающие к ней части водовода (области I–III на рис. 6) могут быть заполнены водой с пузырьками воздуха. Различием гидростатических давлений в разных точках расчетной области пренебрегаем. На рис. 6 показаны все размеры модельного устройства, а в табл. 3 – все параметры задачи, использованные в расчетах. Для сокращения вычислительных затрат задачу о передаче импульса от ударной волны к пузырьковой жидкости решали для половины водовода, так что расчетная область была снизу ограничена плоскостью симметрии, как показано

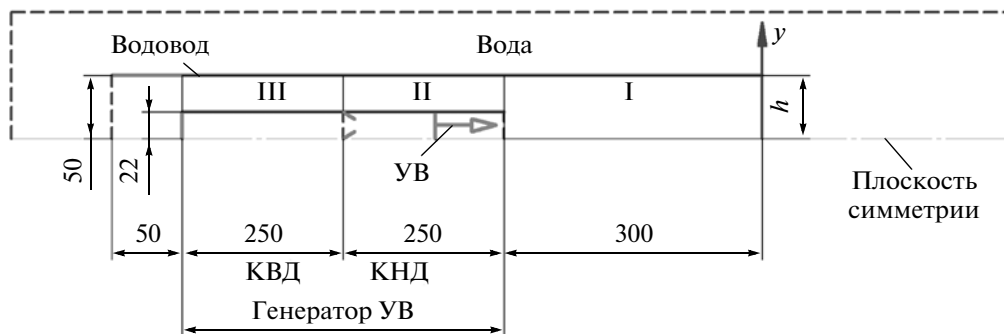


Рис. 6. Схема устройства для расчета передачи импульса от ударной волны к пузырьковой среде (размеры указаны в мм).

на рис. 6. Три другие границы расчетной области (левая, правая и верхняя) были удалены от водовода на достаточно большое расстояние, чтобы они не оказывали влияние на течение в водоводе и его ближайшей окрестности.

Проведены две серии расчетов. В первой серии пузырьки воздуха вводились только в область I водовода, примыкающей к выходному сечению генератора ударной волны. Начальная объемная доля воды в этой области изменялась от $\alpha_{20} = 1$ до 0.97, 0.94, 0.90 и 0.80. Во второй серии расчетов пузырьки воздуха вводились либо в область I водовода, либо в области I и II, либо в области I, II и III, а начальная объемная доля воды в пузырьковом заряде была одинаковой и равной $\alpha_{20} = 0.90$. Во всех расчетах в начальный момент времени все среды (газ в КВД, газ в КНД, вода в водоводе и за его пределами, а также пузырьковая жидкость в водоводе) находились в состоянии покоя. Движение начиналось после мгновенного открытия диафрагмы, разделяющей КВД и КНД: в КНД формировалась воздушная ударная волна, которая по истечении короткого времени сначала проникала в пузырьковую жидкость, а затем выходила в сплошную воду в водоводе и за его пределами, претерпевая отражения и дифракцию.

На рис. 7 представлены пространственные распределения объемной доли воды α_2 в расчетной области в разные моменты времени после открытия диафрагмы в генераторе ударной волны (через 1, 5, 10, 15 и 20 мс) для двух случаев: с пузырьковым водяным зарядом ($\alpha_{20} = 0.9$, слева) и со сплошным водяным зарядом ($\alpha_{20} = 1$, справа). При сравнении распределений слева и справа отчетливо видны различия между ними, начиная с момента времени 5 мс. При выходе ударной волны из пузырькового водяного заряда в окрестности правой кромки стенки водовода быстро образуется зона с повышенным газосодержанием, которая впоследствии сливается с газовым зарядом, поступающим из генератора ударной волны. К моменту времени 20 мс размеры газового пузыря

на выходе из водовода для двух рассмотренных случаев существенно различаются.

Расчеты позволяют определить мгновенную силу, действующую на устройство, по формуле

$$F(t) = I_{in}(t) - I_{out}(t),$$

где

$$I_{in}(t) = \int_0^h [p_{in}(t, y) + \rho_{in}(t, y)u_{in}^2(t, y)] dy,$$

$$I_{out}(t) = \int_0^h [p_{out}(t, y) + \rho_{out}(t, y)u_{out}^2(t, y)] dy,$$

индексы “in” и “out” соответствуют левому и правому сечениям водовода полушириной $h = 50$ мм, а y – поперечная координата (см. рис. 6 и 7). Сила F считается положительной, если она направлена справа налево на рис. 6 и 7.

На рис. 8 приведены результаты расчетов мгновенной силы F для двух случаев, рассмотренных на рис. 7, в виде зависимостей ее (силы) от времени на протяжении всего расчета (рис. 8a) и

Таблица 3. Параметры задачи о передаче импульса от ударной волны к пузырьковой жидкости

Параметр	Значение
$L_{КНД}$, мм	250
$L_{КВД}$, мм	250
$L_{ВД}$, мм	850
Давление в КВД, атм	15.5
Температура в КВД, К	3957
Давление воздуха в КНД, атм	1
Температура воздуха в КНД, К	293.15
Температура воды, К	293.15
Объемная доля газа в водяном заряде, α_{10}	0, 0.03, 0.06, 0.1 и 0.2

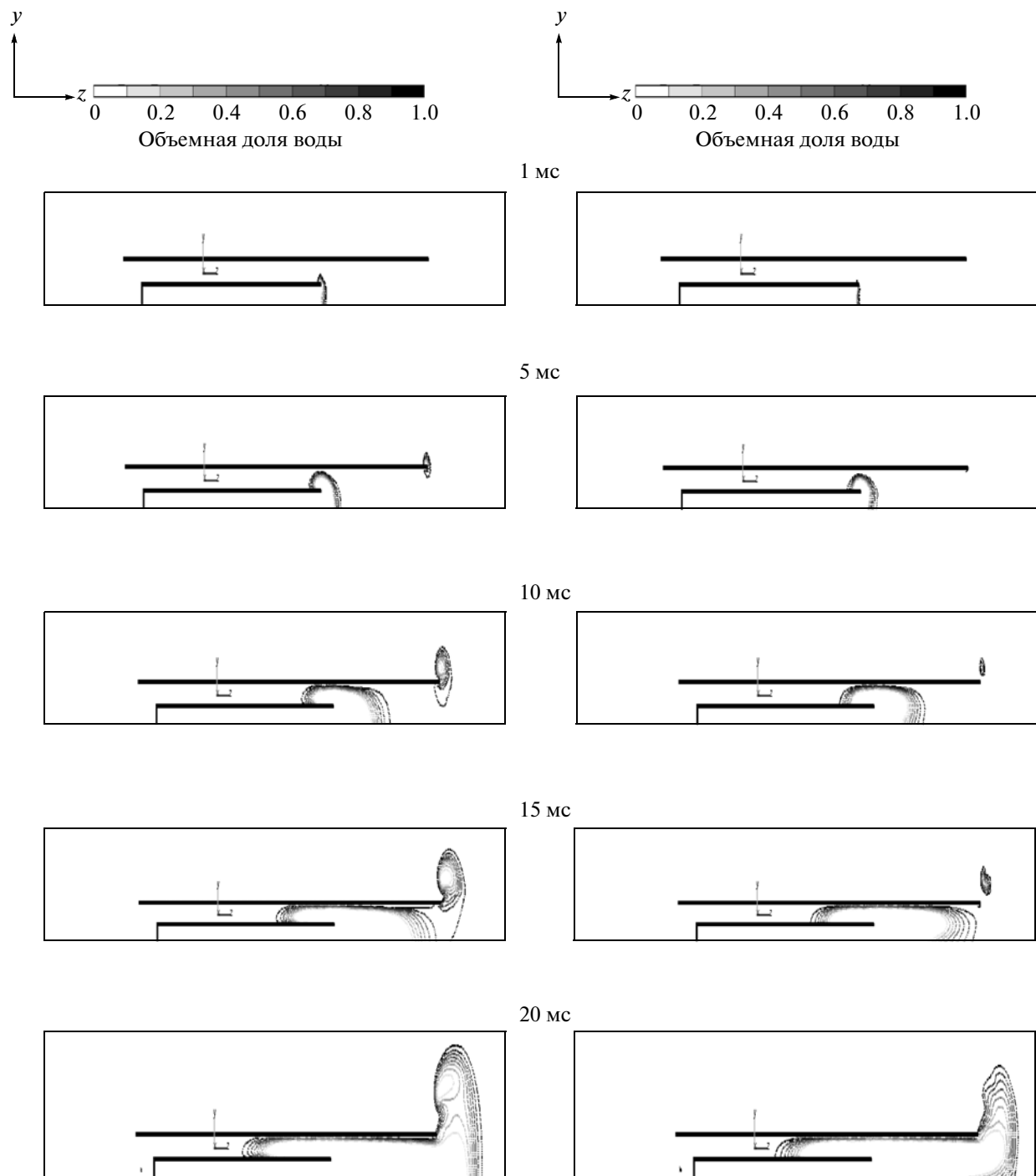


Рис. 7. Расчетные изолинии объемной доли воды α_2 в разные моменты времени после открытия диафрагмы в генераторе ударной волны (построены с шагом 0.1). Слева – пузырьковый водяной заряд с $\alpha_{20} = 0.9$, справа – сплошной водяной заряд с $\alpha_{20} = 1$.

на протяжении 20 мс (фрагмент на рис. 8б). В обоих случаях весь процесс передачи импульса от ударной волны к жидкости (как сплошной, так и пузырьковой) можно разделить на четыре стадии. На первой стадии доминирующую роль играет

волновое воздействие ударной волны на жидкость в водоводе. На второй стадии волновое воздействие сменяется поршневым действием газов высокого давления на жидкость в водоводе. На третьей стадии поршневое воздействие уменьша-

ется вследствие выхода газового пузыря через правый конец водовода. Наконец, на четвертой стадии давления жидкости и газа в водоводе выравниваются, и процесс передачи импульса завершается.

Из рис. 8 видно, что на первой стадии процесса наблюдаются кратковременные пики положительной и отрицательной мгновенной силы, вызванные отражениями ударной волны и волны разрежения, возникающей в газовом канале, а также в стратифицированной среде и в полуограниченном объеме, причем для пузырькового заряда наибольший пик положительной мгновенной силы наблюдается в момент времени ~ 3 мс, а для сплошного водяного заряда — в момент времени ~ 0.5 мс, т.е. в моменты выхода ударной волны через правый конец водовода с выталкиванием порции вещества через него. Далее, на второй стадии, до момента времени 15–16 мс в обоих случаях идет медленное нарастание мгновенной силы, вызванное прогрессирующим ускорением вещества расширяющимся газовым пузырем из генератора ударной волны. Последующее уменьшение силы F (третья стадия) связано со снижением давления газов в водоводе вследствие выхода газового пузыря через правый конец водовода, а также вследствие выталкивания жидкости через левый его конец. В целом из рис. 8 видно, что в обоих случаях мгновенная сила F , действующая на устройство, почти всегда положительна в течение 50–60 мс после открытия диафрагмы, а в дальнейшем она спадает до нуля (четвертая стадия). Как и следовало ожидать, площади под кривыми на рис. 8а, определяющие работу расширяющихся газов, оказались практически одинаковыми с точностью до 2–3%.

Вид кривых на начальных стадиях процесса (см. рис. 8б) показывает, что при использовании в водоводе пузырькового водяного заряда можно получить большее значение максимальной мгновенной силы, чем при использовании сплошного водяного заряда. В первом случае пиковое значение мгновенной силы, действующей на устройство, достигает 100 кН/м, тогда как во втором случае пиковое значение мгновенной силы не превышает 70 кН/м. Кроме того, в первом случае больше и продолжительность пика: 1 мс вместо 0.2 мс. Более детально этот эффект отражен на рис. 9, где показаны зависимости средней силы \bar{F} , действующей на устройство, от времени t для пяти значений $\alpha_{20} = 1, 0.97, 0.94, 0.9$ и 0.8 (первая серия расчетов). Средняя сила определена по формуле

$$\bar{F}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t F(t) dt.$$

Из рис. 9 видно, что увеличение начальной объемной доли газа в пузырьковом заряде, с од-

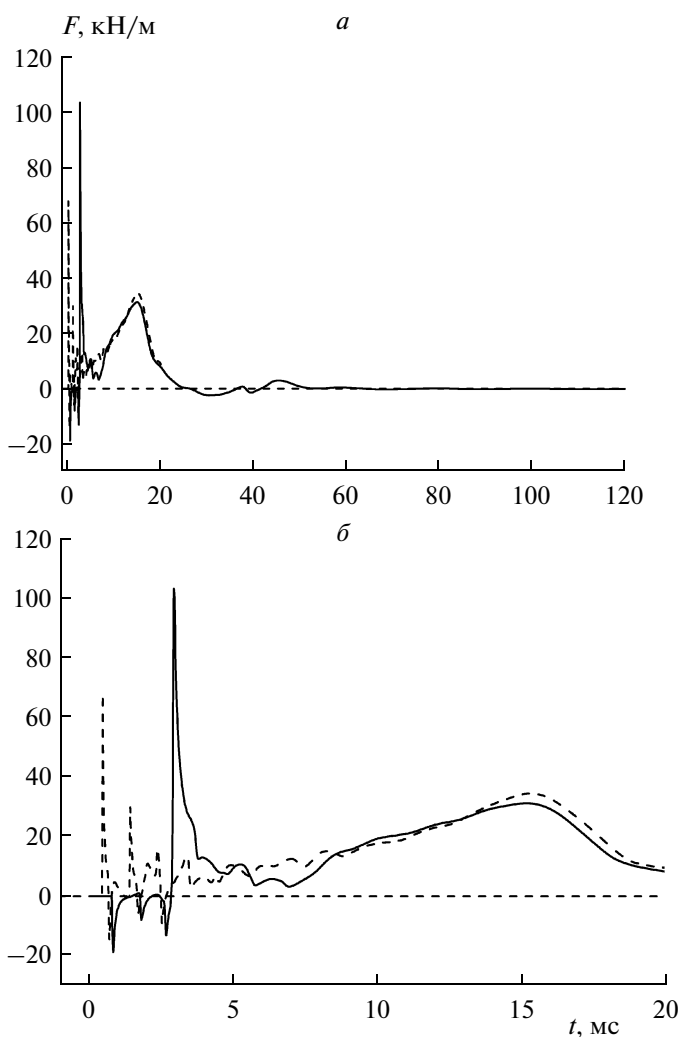


Рис. 8. Расчетные зависимости мгновенной силы, действующей на устройство, от времени при передаче импульса от ударной волны к пузырьковому водяному заряду с $\alpha_{20} = 0.9$ (сплошная кривая) и к сплошному водяному заряду с $\alpha_{20} = 1$ (штриховая кривая): а — продолжительность течения равна 120 мс, б — фрагмент продолжительностью 20 мс.

ной стороны, приводит к увеличению пикового значения положительной средней силы $\bar{F}(t)$ по отношению к ее пиковому значению в сплошном водяном заряде (штриховая кривая), а с другой стороны — к увеличению продолжительности пикового значения отрицательной средней силы $\bar{F}(t)$ в начале процесса, причем на кривой зависимости $\bar{F}(t)$ для сплошного водяного заряда участок с отрицательной средней силой вообще отсутствует. По истечении времени 12–14 мс средняя сила $\bar{F}(t)$ перестает зависеть от начального газосодержания водяного заряда в водоводе.

Появление отрицательных значений средней силы для пузырьковых водяных зарядов связано с

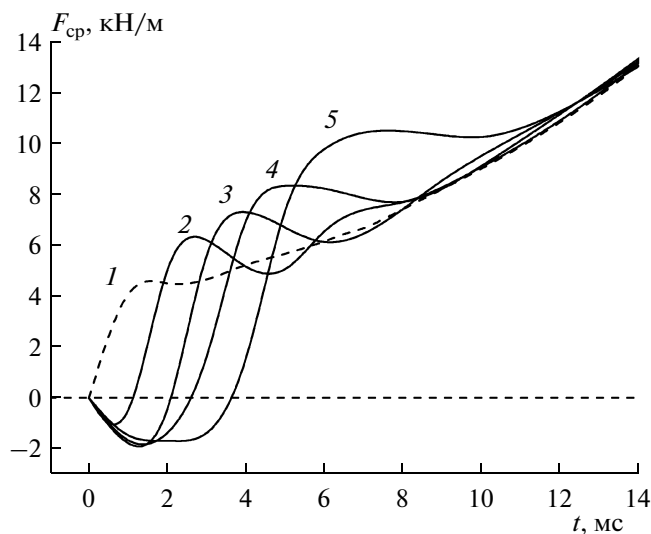


Рис. 9. Расчетные зависимости средней силы, действующей на устройство, от времени при передаче импульса от ударной волны к сплошному водяному заряду с $\alpha_{20} = 1$ (кривая 1) и к пузырьковому водяному заряду с $\alpha_{20} = 0.97$ (кривая 2), 0.94 (3), 0.9 (4) и 0.8 (5).

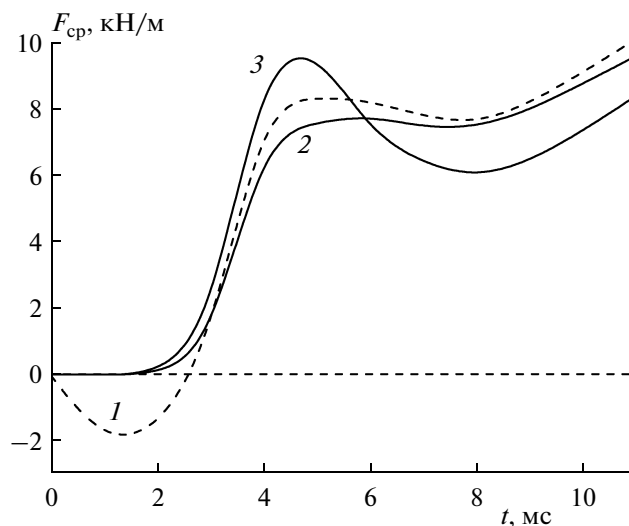


Рис. 10. Расчетные зависимости средней силы, действующей на устройство, от времени для трех вариантов заполнения водовода пузырьковой жидкостью с $\alpha_{20} = 0.9$. Кривая 1 соответствует варианту с заполнением только области I на рис. 6, кривая 2 – областей I и II, кривая 3 – областей I, II и III.

тем, что скорости волн давления, проникающих в пузырьковую и сплошную жидкости после прихода ударной волны из газа на границу раздела с пузырьковой жидкостью, сильно отличаются друг от друга: в пузырьковой жидкости волна давления распространяется значительно медленнее, чем в сплошной. Поэтому волна давления, бегущая по сплошной жидкости влево по водоводу, приводит к более раннему выталкиванию воды через левый конец водовода, чем через правый. Этот факт подтверждается данными рис. 10, на котором показаны зависимости средней силы \bar{F} , действующей на устройство, от времени t для трех вариантов заполнения водовода пузырьковой жидкостью с $\alpha_{20} = 0.9$ (вторая серия расчетов). Кривая 1 соответствует варианту с заполнением только области I на рис. 6, кривая 2 – областей I и II, и кривая 3 – областей I, II и III. Видно, что дополнительное заполнение водовода пузырьковой жидкостью (кривые 2 и 3 на рис. 10) позволяет исключить начальный участок с отрицательной средней силой, обеспечивая при этом значение средней силы, превышающее соответствующее значение для сплошного водяного заряда (см. рис. 9) на временах до 6–7 мс.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе системы уравнений двухфазного сжимаемого вязкого течения проведено двумерное численное моделирование передачи импульса от ударной волны, распространяющейся в газе, к сплошной воде и к воде с пузырьками воздуха.

При воздействии ударной волны на сплошную воду несжимаемая жидкость вовлекается в движение после отражения ударной волны от поверхности раздела газ–жидкость под действием избыточного давления газа, а при воздействии ударной волны на воду с пузырьками воздуха жидкость вовлекается в движение за счет проникания ударной волны в сжимаемую пузырьковую среду. Параметрические расчеты показали, что при передаче импульса от ударной волны к пузырьковой жидкости возможны динамические эффекты, при которых импульс, переданный пузырьковой жидкости, в течение некоторого времени может значительно превышать импульс, переданный сплошной жидкости, при прочих равных условиях. Указанные динамические эффекты можно использовать для создания энергоэффективных импульсных гидрореактивных движителей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерством образования и науки России по государственному контракту № 14.609.21.0001 (идентификатор контракта RFMEFI57914X0038) “Разработка технологии создания гидрореактивной тяги в водометных двигателях высокоскоростных водных транспортных средств и создание стендового демонстрационного образца гидрореактивного импульсно-детонационного двигателя” в рамках федеральной целевой программы “Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы”.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассматривается изотермическое вязкое двухфазное течение жидкость—газ, описываемое уравнениями (1) с постоянными начальными условиями по всем переменным:

$$W(x, y, z, 0) = W_0, \tag{П.1}$$

где W – вектор зависимых переменных. Тогда при $t > 0$ получим постоянное решение по всем переменным.

Для исследования корректности эволюционной задачи необходимо проверить непрерывную зависимость решения от начальных условий. Возмутим начальные условия (П.1):

$$W'(0, x, y, z) = W_0 + W^\delta \sin(ax) \sin(by) \sin(cz), \tag{П.2}$$

где a, b, c – частоты возмущения, не равные одновременно нулю, W^δ – амплитуда возмущения.

Линеаризуем систему (1) в окрестности постоянного решения W_0 :

$$W(t, x, y, z) = W_0 + W'(t, x, y, z). \tag{П.3}$$

Подставим (П.3) в (1), предполагая, что возмущения по всем параметрам малы, пренебрежем величинами второго порядка малости и приведем систему к каноническому виду. В итоге получим линейную систему уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} & E \frac{\partial W'}{\partial t} + A \frac{\partial W'}{\partial x} + B \frac{\partial W'}{\partial y} + \\ & + C \frac{\partial W'}{\partial z} + D \frac{\partial^2 W'}{\partial x^2} + F \frac{\partial^2 W'}{\partial y^2} + G \frac{\partial^2 W'}{\partial z^2} + \\ & + H \frac{\partial^2 W'}{\partial x \partial y} + J \frac{\partial^2 W'}{\partial x \partial z} + K \frac{\partial^2 W'}{\partial y \partial z} = 0. \end{aligned} \tag{П.4}$$

Решение системы (П.4) будем искать в виде

$$W'(t, x, y, z) = W^\delta e^{i(\omega t + ax + by + cz)}. \tag{П.5}$$

Подставив (П.5) в (П.4) и разделив обе части на $R^2 = a^2 + b^2 + c^2$, получим

$$\left[M(a, b, c) + \frac{i\omega}{R^2} E \right] W^\delta = 0, \tag{П.6}$$

где

$$\begin{aligned} M(a, b, c) = & \frac{1}{R^2} (Aia + Bib + Cic - Da^2 - \\ & - Fb^2 - Gc^2 - Hab - Jac - Kbc). \end{aligned}$$

Для того чтобы система (П.6) имела нетривиальное решение, ее определитель должен равняться нулю:

$$\left\| M(a, b, c) + \frac{i\omega}{R^2} E \right\| = 0. \tag{П.7}$$

Решением характеристического уравнения (П.7) является функция $\omega(a, b, c)$. Задача Коши для системы (1) с начальными условиями (П.1) корректна, если существует такая постоянная \bar{C} , что для всех $a, b, c \in \mathcal{R}$ выполняется неравенство $\text{Im}[\omega(a, b, c)] \geq -\bar{C}$. Проблема корректности для такой задачи, как правило, связана с высокочастотными возмущениями $R^2 = (a^2 + b^2 + c^2) \rightarrow \infty$, так как ω ограничена для любого конечного R .

Введем обозначения

$$\lambda = -\frac{\omega i}{R^2}, \quad a = R \sin(\theta) \cos(\chi), \tag{П.8}$$

$$b = R \sin(\theta) \sin(\chi), \quad c = R \cos(\theta)$$

и перепишем (П.7) относительно переменных (R, θ, χ) . В этом случае λ – собственное значение матрицы $M(1/R, \theta, \chi)$. Для проверки ограниченности значений

$$\omega\left(\frac{1}{R}, \theta, \chi\right) = -i\lambda\left(\frac{1}{R}, \theta, \chi\right) R^2$$

при $R \rightarrow \pm\infty$ разложим λ по малому параметру $\varepsilon = 1/R$: $\lambda = \lambda_0 + \lambda_1 \varepsilon + \lambda_2 \varepsilon^2 + o(\varepsilon^3)$, где λ_0 – собственное значение матрицы $M_0 = M(0, \theta, \chi)$. Теперь условие корректности можно сформулировать по-другому: задача Коши для системы (1) с начальными условиями (П.1) корректна, если для всех собственных значений матрицы M верно одно из условий:

$$\text{Re}[\lambda_0] > 0,$$

$$\text{Re}[\lambda_0] = 0 \text{ и } \text{Re}[\lambda_1] = 0.$$

В нашем случае уравнение (П.7) представляет собой многочлен восьмой степени. Для матрицы M_0 получаем шесть положительных вещественных значений:

$$\lambda_0^{(1,2)} = \frac{\mu_1}{\rho_1}, \lambda_0^{(3)} = \frac{4\mu_1}{3\rho_1}, \lambda_0^{(4,5)} = \frac{\mu_2}{\rho_2}, \lambda_0^{(6)} = \frac{4\mu_2}{3\rho_2},$$

которые удовлетворяют условию корректности, и двойной корень $\lambda_0^{(7,8)} = 0$, для которого необходимо исследовать следующий член разложения $\lambda_1^{(7,8)}$. Собственное значение является недифференцируемой функцией параметра ε в точке $\varepsilon_0 = 0$.

Возмутим параметр ε в окрестности ε_0 и воспользуемся теоремой о бифуркации полупростого двукратного собственного значения [17]. В нашем случае в результате бифуркации собственное значение λ распадается в окрестности $\varepsilon_0 = 0$ на два собственных значения:

$$\begin{aligned} & \lambda^{(7)} = \\ & = i[w_1 \cos \theta + \sin \theta (u_1 \cos \chi + v_1 \sin \chi)] \varepsilon + o(\varepsilon^2), \end{aligned}$$

$$\lambda^{(8)} = i[w_2 \cos \theta + \sin \theta (u_2 \cos \chi + v_2 \sin \chi)] \varepsilon + o(\varepsilon^2),$$

где u, v, w — компоненты вектора скорости для газа (индекс “1”) и для жидкости (индекс “2”). Таким образом, $\operatorname{Re}[\lambda_1^{(7,8)}] = 0$ и, следовательно, задача Коши для системы (1) с начальными условиями (П.1) корректна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куликов С.В., Храпкин М.Ф. Водометные движители (теория и расчет). Л.: Судостроение, 1980.
2. Слижевский Н.Б., Король Ю.М., Соколик М.Г. Расчет ходкости быстроходных судов и судов с динамическими принципами поддержания / Под общ. ред. проф. Слижевского Н.Б. Николаев: НУК, 2006.
3. Зельдович Я.Б. // ЖЭТФ. 1940. Т. 10. Вып. 5. С. 543.
4. Фролов С.М. // Импульсные детонационные двигатели / Под ред. Фролова С.М. М.: Торус Пресс, 2006. С. 19.
5. Кутателадзе С.С., Накоряков В.Е. Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах. Новосибирск: Наука, 1984.
6. Фролов С.М., Фролов Ф.С., Аксенов В.С., Авдеев К.А. Водометный импульсный детонационный двигатель (варианты) и способ создания гидрореактивной тяги // Заявка РСТ/RU2013/001148 от 23.12.2013; <http://idgcenter.ru/patentPCT-RU2013-001148.htm>
7. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. I. М.: Наука, 1987.
8. Лидский Б.В., Посвянский В.С., Семенов И.В., Тухватулина Р.Р., Фролов С.М. // Горение и взрыв / Под ред. Фролова С.М. Вып. 6. М.: Торус Пресс, 2013. С. 137.
9. Stukmiller J.H. // Intern. J. Multiphase Flow. 1977. V. 3. P. 551.
10. Saurel R., Lemetayer O. // J. Fluid Mech. 2001. V. 431. P. 239.
11. Radvugin Yu.B., Posvyanskii V.S., Frolov S.M. // J. Phys. IV France. 2002. № 12. P. 437.
12. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.
13. Yasuo Mori, Kunia Hijikata, Atsutomo Komine // Intern. J. Multiphase Flow. V. 2. P. 139.
14. Сычёв А.И. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 6. С. 31.
15. Накоряков В.Е., Покусев Б.Г., Шрейбер И.Р., Кузнецов В.В., Малых Н.В. Волновые процессы в двухфазных системах / Под ред. Кутателадзе С.С. Новосибирск: Институт теплофизики СО АН СССР, 1975. С. 54.
16. Kalra S.P., Zvirin Y. // Intern. J. Multiphase Flow. 1981. V. 7. P. 115.
17. Майлыбаев А.А., Сейранян А.П., Многопараметрические задачи устойчивости. Теория и приложения в механике. М.: Физматлит, 2009. С. 55.